APLIKASI FILTER KALMAN PADA GERAK MATRA LONGITUDINAL PESAWAT UDARA BOEING-747 Sayuti Syamsuar *)

Peneliti Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi

ABSTRACT

Many of aircraft performance became from the stability and control of flight test data analysis. This paper introduces the Kalman Filter analysis on the Boeing 747 data aircraft to known the output response if disturbance (as turbulence or noise) absence on the closed loop control system. We found the output response of the plant on algorithm Kalman Filter tend to the unstable conditions, but we don't know the response of the whole of closed loop diagram block control system of Boeing 747 aircraft.

Key words : aircraft control system, turbulence, Kalman Filter.

PENDAHULUAN

Gerak dinamika terbang matra longitudinal pesawat udara berasal dari persamaan gerak non-linier 6 derajat kebebasan (*six degree of freedom*) terhadap sumbu koordinat badan (*body axis*) pesawat udara tersebut. Persamaan gerak ini berdasarkan hukum *Newton* II dari suatu benda bebas yang dipengaruhi oleh gaya luar. Demikian juga adanya faktor gangguan.

Tulisan ini membahas gerak matra longitudinal yang dipisahkan dengan gerak matra lateral. Hukum Newton II memenuhi persamaan gerak akibat gaya luar yang terjadi pada suatu pesawat udara, vaitu penjumlahan gaya yang merupakan perubahan momentum. Untuk menyederhanakan persoalan, maka persamaan vektor Newtonian terdiri dari bentuk skalar 3 gaya dan 3 momen. Karena kekomplek-an persamaan non-linier, maka dilakukan Îinierisasi dengan memisalkan pesawat udara terbang dalam keadaan gerak simetri (keadaan seimbang) dan massa pesawat udara merupakan rigid body atau benda kaku. Sedangkan, sumbu tempat gaya dan momen bekerja diuraikan ke sumbu badan (body axis) koordinat X_b, Y_b dan Z_b. Akhirnya, diperoleh persamaan matriks matra longitudinal dan sebagai studi kasus digunakan data pesawat udara penumpang *Boeing*-747 mengguna-kan algoritma Filter *Kalman*. Tulisan ini juga dilatarbelakangi oleh kesulitan-kesulitan yang Penulis alami dalam menentukan persamaan gerak matriks matra longitudinal fase *takeoff* di permukaan air dari kapal bersayap kapasitas 10 penumpang, di mana aspek aerodinamika dan hidrodi-namika saling mempengaruhi.

TINJAUAN TEORI

Persaman gerak dinamika terbang pesawat udara diuraikan pada *body axis* seperti persamaan berikut :

Persamaangaya, adalah
$$m \frac{dv}{dt} = F \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$
.....(1)
Persamaan momentum, adalah $I \frac{d\Omega}{dt} = M \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix}$

Persamaan gaya pada persamaan diuraikan sebagai berikut:

 $m.(v + \Omega x V) = F....(3)$

Persamaan momen pada persamaan (2) diuraikan sebagai berikut:

 $I \Omega + \Omega x \Omega = M....(4)$

Sehingga, persamaan gaya pada persamaan (3) diuraikan pada sumbu koordinat X_{b} , Y_{b} dan Z_{b} sebagai berikut:

m[u+w,q-v,r] = X(5)

m.[v+u.r-w.p] = Y(6)

Persamaan momen pada persamaan (4) diuraikan pada sumbu koordinat X_{b} , Y_{b} dan Z_{b} diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{split} I_{xx}.p - I_{xz}.r - I_{xz}p.q + I &= .q.r - I_{yy}.q.r = L.....(8) \\ I_{yy}.q + I_{xz}.p^2 - I &= p.r + I_{xx}.p.r - I_{xz}r^2 = M.....(9) \\ I_{zz}.r - I_{xz}.p + I_{xx}p.q - I_{xz}.q.r - I_{yy}.p.q = N.....(10) \end{split}$$

di mana,

- W : berat pesawat udara
- T : gaya propulsi (Thrust)
- V : kecepatan pesawat udara
- M : bilangan Mach
- S : luas sayap
- Q : dynamic pressure
- b : wing span
- m : massa pesawat udara
- : mean aerodynamic chord
- α : sudut serang (angle of attack)
- β : side slip angle
- θ : sudut theta
- C₁: koefisien *lift* (gaya angkat aerodinamika)

- C_d: koefisien *drag* (koefisien gaya hambat aerodinamika)
- I : momen inersia
- p : roll
- u : kecepatan pada sumbu X
- q : pitch
- v : kecepatan pada sumbu Y
- r : yaw
- w : kecepatan pada sumbu Z
- Ω : kecepatan rotasi
- c.g : center of gravity
- h : ketinggian terbang
- g : gaya gravitasi

Harga I_x , I_y dan I_z biasanya sudah diketahui.

Sistem koordinat pesawat udara seperti terlihat pada gambar 1 dan gambar 2.



Gambar 1. Sistem koordinat body axis pesawat udara.



Gambar 2. Kecepatan, sudut dan kecepatan sudut pada sistem koordinat body axis pesawat udara.

1. Parameter aerodynamic derivative

Pada matra longitudinal dikelompokkan beberapa data dari persamaan *aerodynamic derivative* terlebih dahulu sebelum menentukan persamaan matriks-nya. Sebagai studi kasus, maka diambil data dari pesawat udara *Boeing-*747.

Longitudinal derivatives:

$$X_{s} = \frac{-(C_{D_{s}} + 2C_{D_{0}})QS}{mu_{0}}....$$

di mana,

 C_{D_u} : perubahan koefisien *drag* yang tergantung dari kecepatan arah ke depan.

.....(11)

 C_{D_0} : koefisien *Drag* pada kecepatan referensi, V.

$$X_{w} = \frac{-(C_{D_{w}} - 2C_{L_{u}})QS}{mu_{0}}.....(12)$$

di mana,

- *C*_{*D_e*} : perubahan koefisien *drag* tergantung dari sudut serang, ±.
- C_{L_0} : koefisien *lift* pada kecepatan referensi, V.

$$Z_{\mu} = \frac{-(C_{L_{\mu}} + 2C_{L_{\mu}})QS}{mu_{\mu}}.....(13)$$

di mana,

 $C_{L_{s}}$: perubahan koefisien *lift* tergantung dari bilangan *Mach*.

$$Z_{w} = \frac{-(C_{L_{w}} + 2C_{D_{v}})QS}{mu_{0}}.....(14)$$
di mana,

 $C_{L_{\alpha}}$: perubahan dalam koefisien *lift* tergantung pada sudut serang, α .

$$Z_{w} = -C_{z_{a}} \frac{\bar{c}QS}{2u_{a}}....(15)$$

di mana,

 $C_{z_{\alpha}}$: koefisien stabilitas sehubungan dengan perubahan gaya pada arah sumbu Z tergantung dari

pitch rate, q. Gaya Z mengarah ke bawah pada arah sumbu *yaw*.

di mana,

 C_{z_a} : koefisien stabilitas sehubungan

dengan perubahan pada gaya Z tergantung pada kecepatan sudut q.

 $Z_{\delta c} = -C_{z_{\delta}} \frac{\overline{cQS}}{m} = \frac{1\partial Z_{\alpha}}{m\partial \delta c};$

terhadapsumbuaerodinamika.....(17) di mana,

 Z_{δ_e} : koefisien stabilitas pada sumbu Z sehubungan dengan perubahan defleksi elevator, δ_e .

di mana

 $X_{\delta_{e}}$: koefisien stabilitas pada sumbu X sehubungan dengan perubah an defleksi elevator, δ_{e} .

di mana,

 C_{m_y} : perubahan momen *pitch* tergantung pada kecepatan referensi, V.

$$M_{w} = C_{m_{w}} \frac{\overline{cQS}}{u_{0}I_{w}}.....(20)$$

di mana,

 $C_{m_{\pi}}$: koefisien stabilitas direpresen-

tasikan oleh perubahan koefisien momen *pitching* sehubungan dengan sudut *pitch*, è.

$$M_{w} = C_{m_{w}} \frac{\bar{c}^{2} QS}{2u_{0}^{2} I_{y}}.....(21)$$

di mana,

 $C_{m_{\alpha}}$: koefisien stabilitas direpresen-

tasikan oleh p<mark>e</mark>rubahan koefisien momen *pitching* sehubungan dengan s<mark>u</mark>dut *pitch,* è.

$$M_q = C_{m\delta c} \frac{\overline{c}^2 QS}{2u_0 I_y}(22)$$

di mana,

 C_{m_a} : koefisien stabilitas koefisien

momen *pitching* sehubungan dengan kecepatan sudut *pitch,* q.

$$M_{\tilde{\alpha}} = C_{m\tilde{\alpha}} \frac{\bar{c}QS}{I_{v}}....(23)$$

di mana,

 C_{m_q} : koefisien stabilitas koefisien momen *pitching* sehubungan dengan defleksi elevator, δ_e .

$$X_{\delta_{\tau}} = \frac{1}{m} \cos \delta. \frac{\partial T}{\partial \delta_{\tau}}.....(24)$$

di mana,

Ã: sudut yang dibentuk oleh sumbu mesin (propulsi) terhadap sumbu x.

$$M_{\delta_{T}} = \frac{l}{I_{Y}} \frac{\delta T}{\delta \delta_{T}}....(25)$$

di mana,

 $l_{\rm T}$: panjang lengan mesin arah sumbu x.

- $l_T \langle 0:$ jika sumbu mesin berada di atas titik pusat gravitasi, c.g.
- $l_T \rangle 0$: jika sumbu mesin berada di bawah titik pusat gravitasi, c.g.
- δ_{e} : defleksi elevator ke bawah adalah positip (+), dan momen M negatip (-)
- δ_r : defleksi rudder ke kanan adalah positip (+), dan momen N negatip (-)
- δ_a : defleksi aileron pada sayap kanan ke bawah adalah positip (+), momen L. negatip (-)

METODOLOGI

Persoalan gerak pesawat udara matra longitudinal memerlukan data yang diperoleh dari hasil perhitungan komputasional sebelumnya terhadap sayap. Persamaan matriks dikelompokkan dalam bentuk matriks berukuran (4 x 4) yang kemudian dimasukkan ke dalam algoritma Filter *Kalman* untuk mengetahui respons *transient* dan *steady state*. Analisa yang dilakukan masih *open loop* yang mempunyai *disturbance*, sehingga perlu analisis lebih lanjut untuk merancang sistem kendali pesawat udara *closed loop*.



Gambar 3. Pesawat udara Boeing 747 penumpang komersial.

1. Persamaan matriks matra longitudinal

Pada bagian ini, dari penurunan persamaan gerak six degree of freedom maka diperoleh persamaan gerak matra longitudinal dalam bentuk matriks yang berisi parameter aerodynamic derivative. Berikut ini diberikan parameter apa saja yang diperlukan dan diketahui pada persamaan gerak matra longitunal pesawat udara tersebut. Matriks ini dikonversikan ke dalam bentuk state variable atau ruang keadaan. Tabel 1 adalah nilai numerik yang diperoleh dari perancangan pesawat udara Boeing-747 pada kecepatan bilangan Mach = 0.9.

$$x = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

di mana,

X :state vector

A : system state matrix

B : control matrix

U: input vector

Y :output vector

C :output matrix

Tabel 1.	Nilai numerik longitudinal dimensional derivatives (M=0.9)
1.2.1	referensi ke sumbu koordinat body axis pada pesawat udara
	Boging-747

	X (lb)	Z (lb)	M(ft-lb)
u(ft-sec-1)	-3.954x10 ²	-8.383x10 ²	-2.062x103
w(ft-sec-1)	3.144x10 ²	-7.928x103	-6.289x104
q(rad-sec-1)	0	-1.327x105	-1.327x107
w (ft-sec-2)	0	1.214x10 ²	-5.296x103
δ_{ϵ} (rad)	1.544×104	-3.677x105	-4.038×107
δ_{τ} (lb)	9.984x10 ⁻¹	-4.350x10-2	9.996

Variabel p<mark>a</mark>da kolom pertama dari Tabel 1 adalah, Lakukan perubahan pada variabe persamaan gerak,

- kecepatan arah depan $\Delta u = x_1$ kecepatan arah vertikal $\Delta w = x_2$ pitch rate $\Delta \hat{e} = x_3$ percepatan arah vertikal $\Delta q = x_4$ sudut defleksi dari elevator. $\Delta \delta_T = u_1$ $\Lambda \delta_e = u_2$
- δ_{T} : Thrust yang berasal dari power plants.

Linear Time Invariant (LTI) diekspresikan pada bentuk ruang keadaan (state space) persamaan matriks adalah: Persamaan parameter non-dimen sional turunan aerodinamika matrik merupakan indikator dari stabilita dan kontrol pesawat udara tersebu yang berasal dari turunan dimensiona massa dan momen inersia pada matr longitudinal^[1].

U :

W :

0:

w:

 δ_{a} :

$$\begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta \theta \\ \Delta \theta \\ \Delta q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_x}{m} & \frac{X_w}{m} & -g & 0 \\ \frac{Z_u}{m} & \frac{Z_w}{m} & 0 & u_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{M_u}{I_y} + \frac{M_w Z_x}{I_y m} & \frac{M_w}{I_y} + \frac{M_z Z_u}{I_y m} & 0 & \frac{M_u}{I_y} + \frac{M_w u_0}{I_y} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta \theta \\ \Delta q \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta_v}}{m} & \frac{X_{\delta_v}}{m} \\ \frac{Z_{\delta_v}}{m} & \frac{Z_{\delta_v}}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \Delta \delta_v \\ \Delta q \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \frac{M_{\delta_v}}{M} + \frac{M_w Z_u}{I_y m} & \frac{X_{\delta_v}}{I_y} + \frac{M_w Z_u}{I_y m} \\ 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \Delta \delta_v \\ \Delta \delta_z \end{bmatrix}$$

Persamaan output adalah,

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta \theta \\ \Delta q \end{bmatrix}$$

Apabila diketahui beberapa data dari pesawat udara *Boeing-*747, seperti,

RAI

Dimensi dan massa:

 $S = 5500 \text{ ft}^2$

b = 195.68 ft

$$c = 27,32 \text{ ft}$$

W = 636636 lb.

M = 19771.3 slugs

c,g = 0,250

- $I_x = 18.2 \times 10^6 \text{ slug-ft}^2$; momen inersia sepanjang sumbu *roll*.
- I_y = 33.1 x 10⁶ slug-ft² ; momen inersia sepanjang sumbu *pitch*.
- $I_z = 49.7 \times 10^6 \text{ slug-ft}^2$; momen inersia sepanjang sumbu *yaw*.

Kondisi terbang: $H = 40 \times 10^3$ ft M = 0.90 $u_0 = 871$ ft-sec⁻¹ = 877.824 km/jam = kecepatan pesawat udara *Boeing*-747 g = 32.2 ft-sec⁻¹ Q = 273 lb-ft² $C_{D0} = 0.43$ = koefisien *drag* pada kecepatan referensi $C_{10} = 0.5$ = koefisien *lift* pada

kecepatan referensi

Maka, diperoleh persamaan matriks A, B, C dan D matra longitudinal dari pesawat udara *Boeing*-747 sebagai berikut :



2. Flying quality dan Stability augmentation

Apa bila karakteristik *damping ratio* dan *natural frequency* pada *short period* memenuhi kurva pada *Military Standard MIL-STD* 1797 B (memasuki wilayah *satisfactory, acceptable* atau *poor*) seperti terlihat pada gambar 4.





Pada kasus ini, pesawat udara *Boeing*-747 masuk pada wilayah *satisfactory* dengan harga *damping ratio*, $\P_s = 0.6$ dan *natural frequency*, $E_s = 3.0$ rad sec⁻¹. Sistem kendali *Full State Feedback Augmented System* pada pesawat udara *Boeing*-747 diperlihatkan pada gambar 5.

3. Filter Kalman

Rancang bangun fungsi *KALMAN* untuk kondisi *steady-state* pada Filter *Kalman*. Fungsi ini menurunkan optimal *steady-state filter gain* M dengan proses *noise covariance* Q dan sensor *noise covariance* R. Spesifikasi pertama model *plant* + *noise* seperti diperlihatkan pada gambar 6.

Kalman Filter pada awalnva digunakan untuk estimasi state x pada time discrete controlled process yang diatur oleh persamaan diffrensial linear: $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k$; di mana, A dan B adalah matrix, u input yang berfungsi sebagai kendali, dan v derau proses. Derau ini secara statistis juga bersifat tak gayut satu sama lain, terdistribusi normal, dengan nilai ratarata nol dan kovarians $Q = cov(u_{t})$. Atau, deng<mark>a</mark>n perk<mark>a</mark>taan lain, v ~ $N(0,Q_k)$. Jika $P_k = cov(x_k)$, maka



Gambar 5. Full state feedback augmented system pesawat udara Boeing-747



Gambar 6. Diagram blok sistem kendali menggunakan algoritma Filter Kalman

operasi kovarians persamaan di atas hasilnya adalah: $\mathbf{P}_{k} = \mathbf{A}_{k} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_{k}^{T} + \mathbf{Q}_{k}$; Nilai z yang ditampilkan oleh sebuah alat ukur yang mempunyai dua komponen, yaitu x yang memang harus diukur dan nilai lain w yang datang ke dalam alat ukur itu sebagai gangguan/derau pengukuran. Secara matematis z merupakan kombinasi linear dari x dan w: $\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k$. Derau atau gangguan w_k pada umumnya disepakati memiliki sifat statistis tak gayut satu sama lain, terdistribusi normal dengan nilai ratarata nol dan memiliki matrix kovarians $\mathbf{R}_{\nu} = \operatorname{cov}(\mathbf{w}_{\nu})$. Secara singkat biasanya ditulis $\mathbf{w}_{\mu} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{\mu})$. Operasi kovarians atas persamaan ini menghasilkan: $\mathbf{S}_{k} = \mathbf{P}_{k} \mathbf{H}_{k} \mathbf{P}_{k}^{T} + \mathbf{R}_{k}$; di mana, $\mathbf{P}_{k} = \operatorname{cov}(\mathbf{x}_{k}) = \operatorname{kovarians}$ vector keadaan, dan $S_{\nu} = cov(z_{\nu}) = kovarians$ (data) pengukuran.

PEMBAHASAN DAN ANALISIS DATA

Analisis dilakukan dengan menggunakan algoritma Filter *Kalman* pada bagian *plant*, di mana input adalah defleksi elevator, ', Pada gambar 7 dan gambar 8 terlihat hasil simulasi digital antara pendekatan (estimasi) oleh Flter *Kalman* dengan model *plant* pesawat udara *Boeing* 747.

$$A = \begin{bmatrix} -0.0220 & 0.0159 & -3.2200 & 0.0 \\ -0.0424 & -0.0401 & 0.0 & 871.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \\ -0.0001 & -0.0018 & 0.0 & -0.5404 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 5.05x10^{-4} \\ -0.0220 \\ 0.0 \\ 0.0029 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$D = [0.0]$$



Grafik 7. Respons output filter kalman menggunakan input defleksi elevator, δ_e

Hasil perhitungan dengan menggunakan algoritma Filter *Kalman*, di mana input yang diberikan adalah defleksi *throttle*, '_{th}:



Grafik 8. Respons output dari Filter Kalman menggunakan input defleksi throttle, δ_{th}

KESIMPULAN

Pada bagian kesimpulan ini, terdapat beberapa hal yang dianggap perlu diperhatikan buat penelitian suatu pesawat udara selanjutnya, di mana proses perancangan dan pembangunan suatu pesawat udara itu memerlukan waktu yang lama dan saling berkaitan antara satu displin ilmu dengan yang lainnya, seperti struktur, aerodinamika, propulsi dan aircraft stability and control. Simulasi digital Filter Kalman ini masih merupakan data simulasi, sehingga diperlukan data uji terbang pada prototip melalui pengukuran instrumentasi secara on-line ataupun off-line pada tahap penelitian berikutnya. Hasil estimasi yang diperoleh cukup baik. Wahana yang digunakan dapat memanfaatkan prototip kapal bersayap kapasitas 2 penumpang.

DAFTAR PUSTAKA

Aircraft Longitudinal Dynamics B-747.

- Dr. Mohammed A. R Yass 2007, Effect c Airplane Tail Aspect Ratio on Lateral Di rectional Stability, Eng. And Technol ogy, Vol. 25, no. 6.
- Katsuhiko Ogata 1970, Modern Control En gineering, Prentice Hall, Inc., N.J, USA
- *) Lahir di Pekanbaru pada tanggal 18 Mare 1956. Pendidikan S1 di jurusan Tekni Fisika, ITB (1982); dan lulus S2 sub-jurusa Opto Electronics and Laser Applications, jui Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universi tas Indonesia (2010). Saat ini sedan mengikuti program S3 di Institut Teknolog Sepuluh Nopember, Surabaya. Bekerj sebagai Peneliti Madya di Pusat Teknolog Industri dan Sistem Transportas Kedeputian Teknologi Industri Rancan Bangun dan Rekayasa, Badan Pengkajia dan Penerapan Teknologi

